



Benzetim

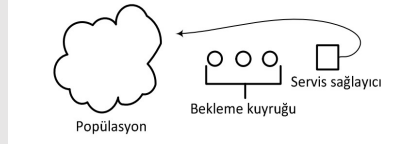
-3-

KUYRUK SİSTEMLERİ

- Kuyruk sistemleri en basit tanımıyla bekleme hattı (kuyruk) içeren sistemlerdir. Kuyruk modelleri, kuyruk sistemlerinin tasarımı ve değerlendirilmesinde kullanılan matematiksel olarak çözülebilen veya simülasyon ile analiz edilebilen modellerdir.
- Bir kuyruk sisteminin performansını belirleyen ölçüler:
 - servis sağlayıcıdan (server) yararlanma oranı,
 - kuyruk uzunluğu
 - ve müşteri gecikmeleridir.
- Hizmet sistemlerindeki kuyruk olayları ile günlük yaşantımızda sık sık karşılaşmaktayız.
- Michael Fortina (1988), yaptığı bir araştırma sonucunda, çoğu insan tüm hayatı boyunca toplam 5 yılını kuyruklarda bekleyerek, 6 ayını da trafik ışıklarında bekleyerek geçirmektedir.

KUYRUK SİSTEMLERİ

- Bir kuyruk sistemi,
 - Hizmet veren bir veya birden fazla servise sahiptir.
 - Sisteme gelen müşteriler tüm servisleri dolu bulursa, servisin önündeki kuyruğa ya da kuyruklardan (birden fazla kuyruk varsa) birisine girer.
- Kesikli olay benzetim çalışmalarının büyük bir kısmını,
 - gerçek hayatta karşılaşılan kuyruk sistemlerinin modellenmesi oluşturmakta veya benzetim edilen sistemin en azından bazı bileşenleri bir kuyruk sistemidir.
- Bu nedenle,
 - Kuyruk sisteminin standart notasyonlarını ve
 - kuyruk sistemi tarafından sağlanana servis kalitesini belirleyen performans ölçülerinin bilinmesi önemlidir.
- Bir kuyruk sistemi popülasyonu, varış prosesi, servis mekanizması, sistem kapasitesi ve kuyruk disiplini ile tanımlanır. Tek kanallı kuyruk sistemi aşağıdaki gibidir.



KUYRUK SİSTEMLERİ

- Sisteme giriş akış diyagramını



- Varış anındaki potansiyel durumlar

		Kuyruk Durumu	
		Dolu	Boş
Servis sağlayıcının durumu	Meşgul	Kuyruğa gir	Kuyruğa gir
	Boş	Mümkün değil	Servis al

KUYRUK SİSTEMLERİ

▪ Sisteme Giriş Akış Diyagramı



▪ Varış anındaki potansiyel durumlar

		Kuyruk Durumu	
		Dolu	Boş
Servis sağlayıcının durumu	Meşgul	√	Mümkün değil
	Boş	Mümkün değil	√

Kuyruk Sisteminin Bileşenleri

▪ Bir kuyruk sisteminin 5 bileşeni vardır. Bunlar;

- Varış prosesi (Arrival process)
- Servis prosesi (Service process)
- Kuyruk disiplini (Queueing Discipline)
- Sistemde izin verilen müşteri sayısı
- Müşterinin geldiği yığının genişliği

1) Varış Prosesi:

- Bir kuyruk sisteminde varış prosesi; müşterilerin sisteme nasıl geldiğini tanımlar.
- Bu durumda varış prosesi, müşterilerin varışlar arası zamanları ile karakterize edilir.
- Varışlar, sabit zamanlarda ya da rassal zamanlarda olabilir.
- Varışlar rassal zamanlarda oluyorsa, varışlar arası zaman bir olasılık dağılımı ile karakterize edilir.
- A_i : (i-1). ve i. müşteri varışları arasındaki varışlar arası zaman aralığı olsun. A_1, A_2, \dots : rassal değişkenlerdir.
- $E(A)$: varışlar arası ortalama (beklenen) zaman
- $\lambda = \frac{1}{E(A)}$: Müşterilerin varış oranı (Birim zamanda gelen müşteri sayısı)

Kuyruk Sisteminin Bileşenleri

Örnek:

Bir dakikada 5 varış olan bir sistemde varışlar arası zaman aralığı ortalaması?

2) Servis Prosesi:

- Servis prosesi, servis sayısı ve servis zamanı dağılımı ile karakterize edilir.
- Her servis kendisine ait bir kuyruğa veya tüm servisleri bekleyen bir kuyruğa sahip olabilir.
- S_i : i. müşterinin servis zamanı, S_1, S_2, \dots : rassal değişkenler
- $E(S)$: Bir müşterinin ortalama servis zamanı
- $\mu = \frac{1}{E(S)}$: Servis oranı (Birim zamanda servis gören müşteri sayısı)

Örnek:

Ortalama servis zamanı 2 dakika ise, servis oranı?

Kuyruk Sisteminin Bileşenleri

- Kuyruk sistemlerinde en önemli parametre trafik yoğunluğudur.

$$\rho = \frac{(\text{Varış oranı})}{(\text{Servis oranı}) * C} = \frac{\lambda}{\mu * c} \quad c: \text{servis sayısı}$$

Örnek:

3 dakikada bir varışın olduğu bir sistemde servis zamanı 2 dakikadır. Gelişler ve servis süreleri bir zaman çizelgesinde gösterilirse;

Kuyruk Sisteminin Bileşenleri

3) Kuyruk Disiplini:

Servise alınacak müşteri düzenini belirler.

- FIFO (First in First Out): ilk giren, ilk çıkar prensibine göre servis
- LIFO (Last in First Out): son giren, ilk çıkar prensibine göre servis
- SIRO (Service in Random Order): Rassal sırada servis
- ÖNCELİK (PRIORITY): Müşterilerin önemine göre servis verilir.

- Kendall (1953), kuyruk sistemi modellerini sınıflandırmak için bir sistem geliştirmiştir.

1/2/3/4/5/6

- 1: Varış prosesi
- 2: Servis prosesi
- 3: Servis sayısı
- 4: Paralel servis sayısı
- 5: Sistemde izin verilen müşteri sayısı
- 6: Müşterinin geldiği yığının genişliği

Kuyruk Sistemlerinde Performans Ölçütleri

- Sınırlı sayıda kuyruk sistemleri (M/M/1, M/M/S ve M/G/1 olarak tanımlanan sistemler) için analitik çözüm mevcuttur. Bu sınıf için, servis sürelerinin üstel ve varışların poisson dağılımı söz konusudur.
- Sistem, bu özelliklere uymuyor ise, analitik çözümleri bulmak mümkün değildir. Bu durumda, benzetimden yararlanılır

M/M/1 Kuyruk Modeli

- Varışlar arası zamanının ve servis zamanının üstel dağılıma sahip olduğu, FIFO kuyruk disiplininin kullanıldığı kuyruk modelidir.
- Kuyruk kapasitesi sonsuzdur.
- Bu modelin, matematiksel çözümü vardır.

P_0 : sistemde iş veya müşteri olmaması olasılığı

P_1 : sistemde bir iş veya müşteri olması olasılığı

P_2 : sistemde iki iş veya müşteri olması olasılığı

.

P_n : sistemde n iş veya müşteri olması olasılığı

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$: (trafik yoğunluğu, doluluk oranı)

M/M/1 Kuyruk Modeli

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$: (trafik yoğunluğu, doluluk oranı)

$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho}$: (sistemdeki ortalama müşteri sayısı)

$Q = L_Q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$: (kuyruktaki ortalama müşteri sayısı)

$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$: (bir müşterinin sistemde bekleme zamanı)

$d = W_Q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$: (bir müşterinin kuyrukta ortalama bek. zamanı)

Parametreler arasındaki ilişki

$$Q = \lambda * d$$

$$L = \lambda * W$$

$$W = d + E(s)$$

M/M/1 Kuyruk Modeli

Örnek :

Tek sunuculu bir kuyruk sisteminde müşteriler 12 dakikada bir sisteme giriş yapmakta ve ortalama 8 dakikalık bir hizmet almaktadırlar. Bu kuyruk sisteminin performans ölçütlerini hesaplayınız.

M/M/1 Kuyruk Modeli

Örnek :

Bir iletişim merkezinde ortalama olarak 1 dakikada 240 mesaj gelmektedir hattın iletim kapasitesi saniyede 800 karakterdir. mesaj uzunlukları 176 karakter ortalama olarak üssel dağılmaktadır. Bu merkezin sonsuz mesaj depolama kapasitesi bulunduğunu varsayarak aşağıdaki istatistiksel değerleri belirleyiniz.

- Sistemdeki ortalama mesaj sayısı
- iletmeye bekleyen kuyruktaki ortalama mesaj sayısı
- bir mesajın sistemde beklediği Süre
- Bir mesajın iletmeye beklediği ortalama süre
- sistemde en az iki mesajın olma olasılığı